П.Ф. Акименко
Н.В. Ратникова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЯХ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Сибирского государственного технологического университета
Лесосибирский филиал г. Лесосибирск

Рациональное использование древесины в различных изделиях требует применения более точного расчетного математического аппарата. Древесина, как природный материал, обладает естественной цилиндрической анизотропией, которая сохраняется и в заготовках в досках и брусках.

Опуская постановку задачи и преобразование над величинами описывающими деформированное состояние материала, которые можно найти в работе, [3] приведем конечные дифференциальные уравнения в частных производных, где неизвестными являются перемещения U, ϑ- радиальные и тангентальные точек сечения материала

$$K_1\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}+K_2\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t\partial\theta}-K_3\frac{\partial\vartheta}{\partial\theta}+K_4\frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2}-K_5U=\Delta_1;$$

$$K_4\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2}+K_2\frac{\partial^2 U}{\partial t\partial\theta}-K_3\frac{\partial U}{\partial\theta}+K_5\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\theta^2}-K_4U=\Delta_2, \tag{1}$$

где $r = e^t$; θ - радиальная и угловая координаты точек; t - новая переменная.

$$\Delta_1=-E_r e^t[(\frac{\partial}{\partial t}+1)(\Delta_\theta\cdot\mu_{or}+\Delta_r)-E_\theta(\Delta_r\mu_{r\theta}+\Delta_\theta)/E_r]/(1-\mu_{r\theta}\mu_{\theta r})$$

$$\Delta_2=-E_\theta e^t\frac{\partial}{\partial\theta}(\Delta_r\mu_{r\theta}+\Delta_\theta)/(1-\mu_{\theta r}\mu_{r\theta})$$

где E_r, E_θ - модули упругости радиальный и тангентальный; $\mu_{\theta r}$, $\mu_{r\theta}$ – коэффициенты поперечной деформации; Δ_r, Δ_θ – температурные деформации (усадка), которые являются в общем случае функциями координат r и θ

$$К_1=E_r/(1-\mu_{r\theta}\mu_{\theta r});\quad К_2=E_r\mu_{\theta r}/(1-\mu_{r\theta}\mu_{\theta r})+G_{r\theta};$$

$$К_3=E_\theta/(1-\mu_{r\theta}.\mu_{\theta r})+G_{r\theta};\quad К_4=G_{r\theta};\quad ж_5=E_q/(1-m_{rq}m_{qr}),$$

где $G_{r\theta}$ - модуль упругости при сдвиге.

Решить систему (1) не представляется возможным. Поэтому система должна быть упрощена, преобразована к формам, удобным к решению.

В этой работе предлагается методика преобразований уравнений к стандартному виду. Она применена к плоской задаче изотропного тела, а затем к плоской задаче анизотропного тела, то есть, к системе уравнений (1).

Известно, что попытки свести систему уравнений теории упругости предпринимаются давно, начиная с конца прошлого века до настоящего времени.

Первым ввел в рассмотрение функцию напряжений Эри. Оссимметричная задача решалась с помощью введения функции перемещений и напряжений многими авторами: Гемгольц, Ляв, Тимпе, К.В. Соляник-Красс, Мичел, В.Г. Галеркин, Н.Ф. Папкович, Нейбер, Г.Д. Гродский.

Эти функции, в свою очередь, состоят из отдельных функций. Количество их, предложенных разными авторами, колеблется от одной до трех. Увеличение количества функций позволяет более простым способом удовлетворить краевым условиям.

Неоднозначность функций, предложенных различными авторами, определились многовариантностью преобразований, что выяснилось при применении предложенной методики.

Например: однородную часть уравнений Ламе плоской задачи теории упругости

$$(\lambda+\mu)d\theta/dx+\mu\nabla^2U=-Xp;$$

$$(\lambda+\mu)d\theta/dy+\mu\nabla^2\vartheta=-Yp, \tag{2}$$